

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
12. lipnja 2014.

### Pismeni ispit iz Numeričke matematike

#### Zadatak 1. [20 bodova]

Neka je dana duljina veće osnovice jednakokračnog trapeza  $a = 3.24 \pm 0.005$ , te duljina manje osnovice  $b = 2.11 \pm 0.005$ . Također ako je  $v = 3.33 \pm 0.005$  visina trapeza, kolika je apsolutna pogreška računanja opsega i površine trapeza?

#### Zadatak 2. [20 bodova]

Pronadite interpolacijski polinom koji interpolira funkciju  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x - 1/2| - 1$  u točkama koje su nultočke Čebiševljevog polinoma 4. stupnja.

#### Zadatak 3. [20 bodova]

(a) Neka su dane funkcije  $\varphi_i: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$   $\varphi_i(x) = \cos(i \arccos(x))$ . Jesu li tako definirane funkcije međusobno ortogonalne na  $[-1, 1]$  uz težinsku funkciju  $\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ? Koliko iznosi norma  $\|\varphi_n\|_2$ ?

(b) Pronadite najbolju  $L_2$  aproksimaciju funkcije  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x - \frac{1}{2}|$  na potprostoru određenom baznim funkcijama  $\varphi_0(x)$ ,  $\varphi_1(x)$  i  $\varphi_2(x)$  uz težinsku funkciju  $\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

#### Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti nultočku funkcije  $f: [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{5} - \frac{4}{5} \cos x$ . Provjerite ispunjava li funkcija uvjete konvergencije metode. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i nađite aproksimaciju uz točnost 0.0005.

#### Zadatak 5. [20 bodova]

(a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval  $[1, 3]$  tako da primjenom generaliziranog Simsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala  $\int_1^3 (x(\ln x)^2 + \frac{5x^3}{9})$  s točnošću  $\epsilon = 0.0005$ ?

(b) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala  $\int_1^3 (x(\ln x)^2 + \frac{5x^3}{9})$  s točnošću  $\epsilon = 0.0005$ .