

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Treba izračunati površinu paralelograma s duljinama stranica $a = 7\text{ cm}$ i $b = 3\text{ cm}$ i kutem među njima $\alpha = 60^\circ$. Ako je najveća pogreška za stranice a i b 1 mm a za kut 1° , odredite apsolutnu i relativnu pogrešku pri izračunavanju površine tog paralelograma.
- (b) Za koliko znamenki rezultata možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova] Linearnim interolacijskim splineom interpoliramo funkciju $f(x) = x^2 - x + 1$ na intervalu $[-1, 1]$ koristeći ekvidistantno raspoređene čvorove.

- (a) Odredite linearni interpolacijski spline koristeći 5 ekvidistantno raspoređenih čvorova.
- (b) Koliko ekvidistantno raspoređenih čvorova treba uzeti da bi se dobila točnost veća od $\varepsilon = 0.05$?

Zadatak 3. [20 bodova]

Odredite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |3x|$ na potprostoru svih polinoma stupnja ≤ 2 (težinska funkcija neka bude $\omega(x) \equiv |x|^3$).

Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti nultočku funkcije $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{4} + \frac{x}{4} - \sin x$. Provjerite ispunjava li funkcija uvjete konvergencije metode. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i nađite aproksimaciju uz točnost 0.05.

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[2, 3]$, tako da primjenom generaliziranog trapeznog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_2^3 (x^2 + 1) \ln x \, dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$?
- (b) Primjenom generaliziranog trapeznog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_2^3 (x^2 + 1) \ln x \, dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$.