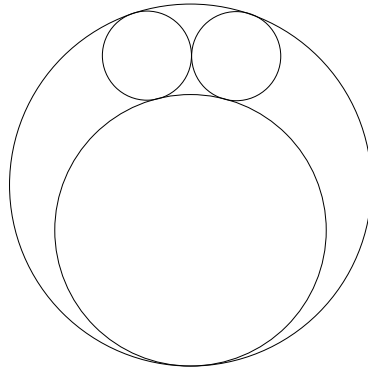


Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) U kružnicu radijusa $R = 4 \pm 0.005$ upisana je kružnica radijusa $r = 3 \pm 0.005$ i još dvije manje kružnice maksimalnog mogućeg radijusa r_2 . Ocijenite pogrešku pri računanju radijusa r_2 manjih kružnica.



- (b) Za koliko znamenki radijusa r_2 možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova] Poznat je interpolacijski polinom $P_2(x) = -\frac{x^2}{2} + 4x + 5$, koji prolazi točkama $T_0 = (0, 5)$, $T_1 = (2, 11)$, $T_2 = (4, 13)$.

- (a) Koristeći to, odredite interpolacijski polinom P_3 koji prolazi točkama T_0, T_1, T_2 i $T_3 = (1, 8)$ (računanje interpolacijskog polinoma ispočetka se neće bodovati!).

- (b) Uz primjenu Hornerove sheme odredite vrijednost interpolacijskog polinoma P_3 u točki $\hat{x} = 3$.

Zadatak 3. [20 bodova]

Odredite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$ na potprostoru svih polinoma stupnja ≤ 2 (težinska funkcija neka bude $\omega(x) \equiv |x|$).

Zadatak 4. [20 bodova]

Traži se najmanja udaljenost između točke $(4, 2)$ i funkcije $f(x) = e^{x-2}$. Postavite funkciju čiji minimum je rješenje tog problema, pronađite interval na kojem su ispunjeni uvjeti teorema za konvergenciju Newtonove metode minimizacije i provedite dva koraka Newtonove metode. Kolika je udaljenost točke $(4, 2)$ do krivulje za tu aproksimaciju?

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[2, 4]$ da bi se s točnošću na tri decimale odredila aproksimacija integrala $\int_2^4 \ln \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 5} dx$ uz primjenu generalizirane Simpsonove formule?

- (b) Generaliziranom Simpsonovom metodom izračunajte vrijednost integrala pod a) s točnošću na tri decimale.