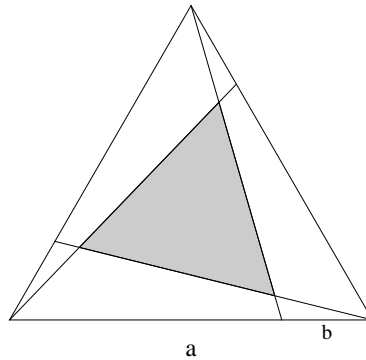


Pismeni ispit iz Numeričke matematike

**Zadatak 1.** [20 bodova]

- (a) Na svakoj od stranica jednakostraničnog trokuta duljine stranice  $a = 4 \pm 0.005$  označena je točka udaljena za  $b = 1 \pm 0.005$  od prvog vrha gledanog u smjeru kazaljke na satu. Spajanjem svake od tih točaka s nasuprotnim vrhom u trokutu se pojavljuje manji jednakostranični trokut (zatamnjen na slici). Ocijenite pogrešku pri računanju površine tog upisanog trokuta.



- (b) Za koliko znamenki površine možemo reći da je signifikantno?

**Zadatak 2.** [20 bodova] Poznat je interpolacijski polinom  $P_2(x) = -3x^2 + 4x + 5$ , koji prolazi točkama  $T_0 = (-1, -2)$ ,  $T_1 = (0, 5)$ ,  $T_2 = (3, -10)$ .

- (a) Koristeći to, odredite interpolacijski polinom  $P_3$  koji prolazi točkama  $T_0, T_1, T_2$  i  $T_3 = (4, 0)$  (računanje interpolacijskog polinoma ispočetka se neće bodovati!).
- (b) Uz primjenu Hornerove sheme odredite vrijednost interpolacijskog polinoma  $P_3$  u točki  $\hat{x} = 2$ .

**Zadatak 3.** [20 bodova]

Odredite najbolju  $L_2$  aproksimaciju funkcije  $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |(x - 1)^2 - 1|$  na potprostoru svih polinoma stupnja  $\leq 2$  (težinska funkcija neka bude  $\omega(x) \equiv x^2$ ).

**Zadatak 4.** [20 bodova]

Traži se najmanja udaljenost između točke  $(4, 5)$  i funkcije  $f(x) = e^{x-1}$ . Postavite funkciju čiji minimum je rješenje tog problema, pronađite interval na kojem su ispunjeni uvjeti teorema za konvergenciju Newtonove metode minimizacije i provedite dva koraka Newtonove metode.

**Zadatak 5.** [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval  $[4, 5]$  da bi se s točnošću na tri decimale odredila aproksimacija integrala  $\int_4^5 \ln \frac{x-3}{x-1} dx$  uz primjenu generalizirane Simpsonove formule?
- (b) Generaliziranom Simpsonovom metodom izračunajte vrijednost integrala pod a) s točnošću na tri decimale.