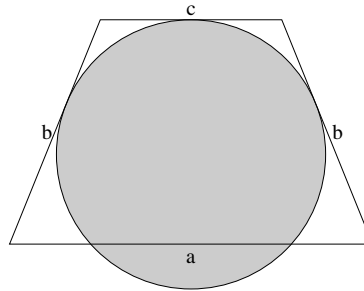


Pismeni ispit iz Numeričke matematike

**Zadatak 1.** [20 bodova]

- (a) Zadan je trapez s osnovicama  $a = 6 \pm 0.05$  i  $c = 3 \pm 0.05$  i bačnim stranicama duljine  $b = 4 \pm 0.05$ . Kolika je pogreška pri računanju radijusa kružnice koja iznutra dodiruje tri stranice tog trapeza (kao na slici)?



- (b) Za koliko znamenki tog radijusa možemo reći da je signifikantno?

**Zadatak 2.** [20 bodova]

Izračunajte kubični interpolacijski spline koji interpolira funkciju  $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2+5x}{(x+2)(x-6)}$  u točkama  $x_0 = 1, x_1 = 2, x_2 = 3$ .

Hornerovim algoritmom izračunajte vrijednost interpolacijskog splinea u točki  $\tilde{x} = 2.5$ .

**Zadatak 3.** [20 bodova]

Odredite najbolju  $L_2$  aproksimaciju funkcije  $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(|x-1|+1)$  na potprostoru svih polinoma stupnja  $\leq 2$  (težinska funkcija neka bude  $\omega(x) \equiv 1$ ).

**Zadatak 4.** [20 bodova]

Traži se najmanja udaljenost između točke  $(2, 1)$  i funkcije  $f(x) = \frac{1}{e^{x-1}}$ . Postavite funkciju čiji minimum je rješenje tog problema, pronađite interval na kojem su ispunjeni uvjeti teorema za konvergenciju Newtonove metode minimizacije i provedite dva koraka Newtonove metode.

**Zadatak 5.** [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval  $[0, 2]$ , tako da primjenom generaliziranog trapeznog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala  $\int_0^2 \frac{x}{e^{x^3}} dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.05$ ?
- (b) Primjenom generaliziranog trapeznog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala  $\int_0^2 \frac{x}{e^{x^3}} dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.05$ .