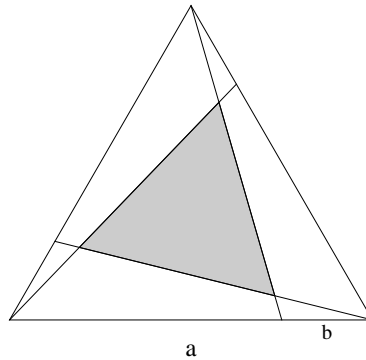


Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Na svakoj od stranica jednakostraničnog trokuta duljine stranice $a = 4 \pm 0.005$ označena je točka udaljena za $b = 1 \pm 0.005$ od prvog vrha gledanog u smjeru kazaljke na satu. Spajanjem svake od tih točaka s nasuprotnim vrhom u trokutu se pojavljuje manji jednakostranični trokut (zatomnjen na slici). Ocijenite pogrešku pri računanju površine tog upisanog trokuta.



- (b) Za koliko znamenki površine možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova] Poznat je interpolacijski polinom $P_2(x) = -3x^2 + 4x + 5$, koji prolazi točkama $T_0 = (-1, -2)$, $T_1 = (0, 5)$, $T_2 = (3, -10)$.

- (a) Koristeći to, odredite interpolacijski polinom P_3 koji prolazi točkama T_0, T_1, T_2 i $T_3 = (4, 0)$ (računanje interpolacijskog polinoma ispočetka se neće bodovati!).
- (b) Uz primjenu Hornerove sheme odredite vrijednost interpolacijskog polinoma P_3 u točki $\hat{x} = 2$.

Zadatak 3. [20 bodova]

Odredite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |(x - 1)^2 - 1|$ na potprostoru svih polinoma stupnja ≤ 2 (težinska funkcija neka bude $\omega(x) \equiv x^2$).

Zadatak 4. [20 bodova]

Traži se najmanja udaljenost između točke $(4, 5)$ i funkcije $f(x) = e^{x-1}$. Postavite funkciju čiji minimum je rješenje tog problema, pronađite interval na kojem su ispunjeni uvjeti teorema za konvergenciju Newtonove metode minimizacije i provedite dva koraka Newtonove metode.

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[0, 2]$, tako da primjenom generaliziranog trapeznog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_0^2 \frac{x}{e^{x^2}} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.005$?
- (b) Primjenom generaliziranog trapeznog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_0^2 \frac{x}{e^{x^2}} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.005$.