

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Učenici su dobili zadatak nacrtati trokut zadan duljinom stranice $c = 8\text{cm}$ i kutevima na toj stranici $\alpha = 80^\circ$ i $\beta = 60^\circ$. Ako pretpostavimo da je najveća greška pri crtanju stranice 1mm , a pri mjerenju kuteva 2° , kolika je najveća pogreška u površini P tog trokuta (u cm^2)?
- (b) Za koliko znamenki površine P tada možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova]

Izračunajte kubični interpolacijski spline koji interpolira funkciju $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{|-11x^3 + 58x^2 - 59x + 16|}$ u točkama $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4$.

Zadatak 3. [20 bodova]

- (a) Napišite formule za koeficijente a_k, b_k Fourierovog polinoma $F_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kx + b_k \sin kx)$ funkcije $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$.
- (b) Odredite Fourierov polinom drugog stupnja funkcije $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \left| \frac{x}{\pi} \right| - 1$.

Zadatak 4. [20 bodova]

Funkcija $f: [3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (3-x)^3 - \log_{\frac{1}{3}} 510x$ na području definicije ima ekstrem. Odredite da li se radi o minimumu ili maksimumu. Provjerite može li se Newtonovom metodom pronaći taj ekstrem (provjeriti uvjete konvergencije). Ako može, odredite dobru početnu točku i sljedeće tri iteracije.

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[4, 5]$ da bi se s točnošću na tri decimale odredila aproksimacija integrala $\int_4^5 \ln \frac{x-3}{x-1} dx$ uz primjenu generalizirane Simpsonove formule?
- (b) Generaliziranom Simpsonovom metodom izračunajte vrijednost integrala pod a) s točnošću na tri decimale.