

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Učenici su dobili zadatak nacrtati trokut zadan duljinom stranice $c = 6\text{cm}$ i kutevima na toj stranici $\alpha = 40^\circ$ i $\beta = 60^\circ$. Ako pretpostavimo da je najveća greška pri crtanju stranice 1mm , a pri mjerenju kuteva 1° , kolika je najveća pogreška u površini P tog trokuta (u cm^2)?
- (b) Za koliko znamenki površine P tada možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova]

Izračunajte kubični interpolacijski spline koji interpolira funkciju $f: [1, 6] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 2^x}{x}$ u točkama $x_0 = 1, x_1 = 3, x_2 = 6$.

Zadatak 3. [20 bodova]

- (a) Jesu li funkcije $\varphi_1(x) = 1$, $\varphi_2(x) = 1 + \ln x$ i $\varphi_3(x) = 4x - 3 - \ln x$ međusobno ortogonalne na intervalu $[0, 1]$?
- (b) Pronađite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(x) = x^2$ na intervalu $[0, 1]$ na potprostoru određenom baznim funkcijama $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ i $\varphi_3(x)$.

Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti nultočku funkcije $f: [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \sin x + \cos x$. Provjerite ispunjava li na tom intervalu funkcija uvjete konvergencije Newtonove metode. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i sljedeće dvije iteracije.

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[0, 3]$, tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_0^3 \frac{x^4 - 3x^3 + 3x + 7}{x + 2} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.005$?
- (b) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_0^3 \frac{x^4 - 3x^3 + 3x + 7}{x + 2} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.005$.