

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

(a) S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli

$$x^* = 3.4812, \quad y^* = 15.0162, \quad z^* = 7.2003,$$

da apsolutna pogreška funkcije $f(x, y, z) = \ln \frac{\sqrt{(x-2y)^3}}{e^{(z-y)^2}}$ ne premaši $\Delta f^* = 0.005$?

(b) Za koliko znamenki u varijabli y možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova]

Izračunajte kubični interpolacijski spline koji interpolira funkciju $f: [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x^4 - 4x - 2}{e^x}$ u točkama $x_0 = 1, x_1 = 2, x_2 = 3$.

Zadatak 3. [20 bodova]

(a) Jesu li funkcije $\varphi_1(x) = 1$, $\varphi_2(x) = x$ i $\varphi_3(x) = x^2 - \frac{4}{3}$ međusobno ortogonalne na intervalu $[-2, 2]$?

(b) Pronađite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(x) = |x-3|^3$ na intervalu $[-2, 2]$ na potprostoru određenom baznim funkcijama $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ i $\varphi_3(x)$.

Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti maksimum funkcije $f: [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-3)^3 - \log_4 4x$. Provjerite da li funkcija ispunjava uvjete konvergencije. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i sljedeće tri iteracije.

Zadatak 5. [20 bodova]

a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[1, 4]$ da bi se s točnošću na dvije decimale odredila aproksimacija integrala $\int_1^4 \ln \frac{2x+1}{e^{x^3} - 8x^2} dx$ uz primjenu generalizirane Simpsonove formule?

b) Generaliziranom Simpsonovom metodom izračunajte vrijednost integrala pod a) s točnošću na dvije decimale.