

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

(a) S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli

$$x^* = 3.4812, \quad y^* = -5.0162, \quad z^* = -5.2003,$$

da apsolutna pogreška funkcije $f(x, y, z) = \ln \frac{\sqrt{(x-2y)^3}}{y-e^z}$ ne premaši $\Delta f^* = 0.005$?

(b) Za koliko znamenki u varijabli y možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova]

Pronađite interpolacijski polinom koji interpolira funkciju $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x - 1/2| - 1$ u točkama koje su nultočke Čebiševljevog polinoma 4. stupnja.

Zadatak 3. [20 bodova]

(a) Jesu li funkcije $\varphi_1(x) = 1$, $\varphi_2(x) = x - 4$ i $\varphi_3(x) = |x - 4| - 1$ međusobno ortogonalne na intervalu $[2, 6]$?

(b) Pronađite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(x) = |x - 3|^3$ na intervalu $[2, 6]$ na potprostoru određenom baznim funkcijama $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ i $\varphi_3(x)$.

Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti minimum funkcije $f: [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 2)^3 - \log_4 4x$. Provjerite da li funkcija ispunjava uvjete konvergencije. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i sljedeće tri iteracije.

Zadatak 5. [20 bodova]

(a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[3, 4]$, tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_3^4 \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2} - 1\right) - \frac{1}{1 - \cos^2\left(\frac{x}{2} - 1\right)} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$?

(b) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_3^4 \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2} - 1\right) - \frac{1}{1 - \cos^2\left(\frac{x}{2} - 1\right)} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$.