

**Pismeni ispit iz Numeričke matematike**

**Zadatak 1.** [20 bodova]

- (a) Kvadratni komad papira duljine stranice  $a$  presložimo prvo horizontalno a zatim vertikalno. Iz dobivenog kvadrata iz jednog kuta izrežemo trokut s katetama  $b$  i  $a/3$ . ako su

$$a = 15.48 \pm 0.005, \quad b = 6.06 \pm 0.005,$$

kolika je pogreška pri računanju površine preostalog komada papira (kad se izravna)?

- (b) Za koliko znamenki u procjeni površine možemo reći da je signifikantno?

**Zadatak 2.** [20 bodova] Poznat je interpolacijski polinom  $P_2(x) = 2x^2 - 3x + 2$ , koji prolazi točkama  $T_0 = (-1, 7)$ ,  $T_1 = (1, 1)$ ,  $T_2 = (3, 11)$ .

(a) Koristeći to, odredite interpolacijski polinom  $P_3$  koji prolazi točkama  $T_0, T_1, T_2$  i  $T_3 = (5, 13)$  (računanje interpolacijskog polinoma ispočetka se neće bodovati!).

(b) Uz primjenu Hornerove sheme odredite vrijednost interpolacijskog polinoma  $P_3$  u točki  $\hat{x} = 4$ .

**Zadatak 3.** [20 bodova]

(a) Jesu li funkcije  $\varphi_1(x) = 1$ ,  $\varphi_2(x) = x + 2$  i  $\varphi_3(x) = |x + 2| - \frac{1}{2}$  međusobno ortogonalne na intervalu  $[-3, -1]$ ?

(b) Pronađite najbolju  $L_2$  aproksimaciju funkcije  $f(x) = (x - 3)^3$  na intervalu  $[-3, -1]$  na potprostoru određenom baznim funkcijama  $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$  i  $\varphi_3(x)$ .

**Zadatak 4.** [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti minimum funkcije  $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \cos x - 3 \sin x$ . Provjerite ispunjava li na tom intervalu funkcija uvjete konvergencije Newtonove metode. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i sljedeće dvije iteracije.

**Zadatak 5.** [20 bodova]

(a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval  $[-1, 1]$ , tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala  $\int_{-1}^1 \ln(2 + x^2) dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.005$ ?

(b) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala  $\int_{-1}^1 \ln(2 + x^2) dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.005$ .