

## Pismeni ispit iz Numeričke matematike

### Zadatak 1. [20 bodova]

(a) Imamo pravokutni komad papira duljina stranica

$$a = 15.48 \pm 0.005, \quad b = 6.06 \pm 0.005.$$

Povučena je linija od polovište jedne stranice duljine  $b$  do jednog od nasuprotnih vrhova pravokutnika. Iz tako dobivenog trokuta izrezan je kvadrat najveće moguće površine. Kolika je pogreška pri računanju površine preostalog komada papira?

(b) Za koliko znamenki u procjeni površine možemo reći da je signifikantno?

### Zadatak 2. [20 bodova]

Pronađite interpolacijski polinom koji interpolira funkciju  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x - 1/2| - 1$  u točkama koje su ekstremi Čebiševljevog polinoma 4. stupnja.

### Zadatak 3. [20 bodova]

(a) Jesu li funkcije  $\varphi_1(x) = 1$ ,  $\varphi_2(x) = x - 4$  i  $\varphi_3(x) = |x - 4| - \frac{1}{2}$  međusobno ortogonalne na intervalu  $[3, 5]$ ?

(b) Pronađite najbolju  $L_2$  aproksimaciju funkcije  $f(x) = (x - 3)^3$  na intervalu  $[3, 5]$  na potprostoru određenom baznim funkcijama  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$  i  $\varphi_3(x)$ .

### Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti minimum funkcije  $f: [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^3}{6} + \cos x$ . Provjerite da li funkcija ispunjava uvjete konvergencije. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i sljedeće tri iteracije.

### Zadatak 5. [20 bodova]

(a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval  $[1, 4]$ , tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala  $\int_1^4 \frac{xe^x - 1}{e^{2x}} dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.05$ ?

(b) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala  $\int_1^4 \frac{xe^x - 1}{e^{2x}} dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.05$ .