

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
24. lipnja 2010.

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

(a) S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli

$$x^* = 15.4812, \quad y^* = 4.2003, \quad z^* = -43.0162,$$

da apsolutna pogreška funkcije $f(x, y, z) = \frac{(x-y)^2 - (z-y)^2}{z}$ ne premaši $\Delta f^* = 0.005$?

(b) Što smo morali pretpostaviti da bismo mogli izračunati tražene točnosti?

(c) Za koliko znamenki u varijabli z možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova]

Izračunajte kubični interpolacijski spline koji interpolira funkciju $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x$ u točkama $x_0 = 0$, $x_1 = \pi/3$, $x_2 = \pi$.

Zadatak 3. [20 bodova]

(a) Jesu li funkcije $\varphi_1(x) = x^2 + 1$, $\varphi_2(x) = x - 1$ međusobno ortogonalne na intervalu $[0, 2]$?

(b) Pronađite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(x) = 1 - |x - 1|$ na intervalu $[0, 2]$ na potprostoru određenom baznim funkcijama $\varphi_1(x)$ i $\varphi_2(x)$.

Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti minimum funkcije $f: [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 2)^3 - \log_2 2x$. Provjerite da li funkcija ispunjava uvjete konvergencije. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i sljedeće tri iteracije.

Zadatak 5. [20 bodova]

a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[0, 1]$ da bi se s točnošću na tri decimale odredila aproksimacija integrala $\int_1^3 \ln \frac{x+1}{x} dx$ uz primjenu generalizirane Simpsonove formule?

b) Generaliziranom Simpsonovom metodom izračunajte vrijednost integrala pod a) s točnošću na tri decimale.