

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

(a) *S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli*

$$x^* = 10.0002, \quad y^* = 11.2003, \quad z^* = 14.0162,$$

da apsolutna pogreška funkcije $f(x, y, z) = \frac{\text{sh}(x-y)}{\text{ch}(y-z)}$ ne premaši $\Delta f^ = 0.0005$?*

(b) *Što smo morali pretpostaviti da bismo mogli izračunati tražene točnosti?*

(c) *Za koliko znamenki u varijabli z možemo reći da je signifikantno?*

Zadatak 2. [20 bodova]

Izračunajte kubični interpolacijski spline koji interpolira funkciju $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - 1$ u točkama $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 3$.

Zadatak 3. [20 bodova]

(a) *Jesu li funkcije $\varphi_1(x) = 1$, $\varphi_2(x) = x - \pi/2$ i $\varphi_3(x) = |x - \pi/2|$ međusobno ortogonalne na intervalu $[0, \pi]$?*

(b) *Pronađite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(x) = \sin x$ na intervalu $[0, \pi]$ na potprostoru određenom baznim funkcijama $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ i $\varphi_3(x)$.*

Zadatak 4. [20 bodova]

Pronađite pravac koji u smislu najmanjih kvadrata aproksimira točke $(1, 1), (2, 2), (4, 3), (5, 5)$. Kako izgleda matični zapis problema? Problem riješite koristeći Moore-Penroseov generalizirani inverz.

Zadatak 5. [20 bodova]

a) *Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[0, 2]$ da bi se s točnošću $\epsilon = 0.05$ odredila aproksimacija integrala $\int_0^2 e^{-(1-x)^2} dx$ uz primjenu generaliziranog trapeznog pravila?*

b) *Generaliziranim trapeznim pravilom izračunajte vrijednost integrala pod a) s točnošću $\epsilon = 0.05$.*