Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
8. srpnja 2010.

# Pismeni ispit iz Numeričke matematike

**Zadatak 1.** [20 bodova]

(a) *S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli*

$$x^* = 3.4812, \qquad y^* = -15.0162, \qquad z^* = -15.2003,$$

*da apsolutna pogreška funkcije* $f(x,y,z) = \ln \frac{(x-y)^2}{y-z}$ *ne premaši* $\Delta f^* = 0.005$*?*

(b) *Što smo morali pretpostaviti da bismo mogli izračunati tražene točnosti?*

(c) *Za koliko znamenki u varijabli* $y$ *možemo reći da je signifikantno?*

**Zadatak 2.** [20 bodova]

*Pronađite interpolacijski polinom koji interpolira funkciju* $f\colon [-1,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x - 1/2| - 1$ *u točkama koje su nultočke Čebiševljevog polinoma 4. stupnja.*

**Zadatak 3.** [20 bodova]

(a) *Jesu li funkcije* $\varphi_1(x) = x^2 - 1$, $\varphi_2(x) = x - 1$ *i* $\varphi_3(x) = x + 1$ *međusobno ortogonalne na intervalu* $[0,2]$*?*

(b) *Pronađite najbolju* $L_2$ *aproksimaciju funkcije* $f(x) = 1 - |x-1|$ *na intervalu* $[0,2]$ *na potprostoru određenom baznim funkcijama* $\varphi_1(x)$ *i* $\varphi_3(x)$*.*

**Zadatak 4.** [20 bodova]

*Primjenom Newtonove metode treba odrediti minimum funkcije* $f : [2,3] \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x-2)^3 - \log_4 4x$*. Provjerite da li funkcija ispunjava uvjete konvergencije. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i sljedeće tri iteracije.*

**Zadatak 5.** [20 bodova]

(a) *Na koliko dijelova treba podijeliti interval* $[2,4]$*, tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala* $\int_2^4 \frac{(2x-2)^5+(1-x)^5}{4x-4}\,dx$ *s točnošću* $\epsilon = 0.05$*?*

(b) *Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala* $\int_2^4 \frac{(2x-2)^5+(1-x)^5}{4x-4}\,dx$ *s točnošću* $\epsilon = 0.05$ *i usporedite je s pravom vrijednosti integrala.*