

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
5. listopada 2010.

### Pismeni ispit iz Numeričke matematike

#### Zadatak 1. [20 bodova]

(a) S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli

$$x^* = 10.0002, \quad y^* = 11.2003, \quad z^* = 14.0162,$$

da apsolutna pogreška funkcije  $f(x, y, z) = \frac{\sin(x+y)\cos(x-y) + \sin(x-y)\cos(x+y)}{z}$  ne premaši  $\Delta f^* = 0.0005$ ?

(b) Što smo morali pretpostaviti da bismo mogli izračunati tražene točnosti?

(c) Za koliko znamenki u varijabli  $z$  možemo reći da je signifikantno?

#### Zadatak 2. [20 bodova]

Izračunajte kubični interpolacijski spline koji interpolira funkciju  $f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln(x + 1)$  u točkama  $x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 3$ .

#### Zadatak 3. [20 bodova]

(a) Jesu li funkcije  $\varphi_1(x) = 1$ ,  $\varphi_2(x) = (x - 1)^3$  i  $\varphi_3(x) = |x - 1| - \frac{1}{2}$  međusobno ortogonalne na intervalu  $[0, 2]$ ?

(b) Pronađite najbolju  $L_2$  aproksimaciju funkcije  $f(x) = |x^2 - 1|$  na intervalu  $[0, 2]$  na potprostoru određenom baznim funkcijama  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$  i  $\varphi_3(x)$ .

#### Zadatak 4. [20 bodova]

Funkcija  $f: [3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (3 - x)^3 - \log_{\frac{1}{3}} 510x$  na području definicije ima ekstrem. Odredite da li se radi o minimumu ili maksimumu. Provjerite da li se Newtonovom metodom može pronaći taj ekstrem (provjeriti uvjete konvergencije). Ako se može, odredite dobru početnu točku i sljedeće tri iteracije.

#### Zadatak 5. [20 bodova]

a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval  $[1, 3]$  da bi se s točnošću  $\epsilon = 0.005$  odredila aproksimacija integrala  $\int_1^3 e^{-\frac{x^2}{2}} dx$  uz primjenu generaliziranog trapeznog pravila?

b) Generaliziranim trapeznim pravilom izračunajte vrijednost integrala pod a) s točnošću  $\epsilon = 0.005$ .