

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1 [10 bodova] *Pomoću hat-funkcija napišite linearni interpolacijski spline koji prolazi točkama $T_0(-2, 4)$, $T_1(1, -3)$, $T_2(3, 5)$ te odredite njegovu vrijednost u točki 2.*

Rješenje: $L(2) = 1$

Zadatak 2 [20 bodova] *Neka je dana funkcija $f(x) = \sqrt{x+1} + x - 4$*

a) *Separirajte nultočku funkcije f i za određeni interval odredite m_1 .*

b) *Metodom Regula falsi s točnošću $\varepsilon = 0.0005$ odredite nultočku funkcije f .*

Rješenje: $I = [2, 3]$, $x_{approx} = 2.20872$

Zadatak 3 [15 bodova] *Procjenite pogrešku interpolacije, interpolacijskim polinomom za funkciju $f(x) = x \ln x$ kroz točke 1, 2, 3, 4, 5 na intervalu $[1, 5]$. Pogrešku procjenite u točki 2.5.*

Zadatak 4 [15 bodova] *Primjenom Lagrangeove metode odredite interpolacijski polinom koji prolazi točkama $T_0(-1, -5)$, $T_1(0, 6)$, $T_2(1, 9)$, $T_3(2, 16)$. Hornerovim algoritmom izračunajte vrijednost polinoma u točki -3 .*

[Rješenje: $P(3) = -99$.]

Zadatak 5 [20 bodova] *Odredite Fourierov red funkcije $f(x) = \begin{cases} -x, & -10 < x \leq 0 \\ 0, & 0 \leq x < 10 \end{cases}$.*

Zadatak 6 [20 bodova] *Pronađite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(t) = 11t^6$ na intervalu $t \in [0, 1]$ na potprostoru razapetom baznim funkcijama $\varphi_0 = 1$, $\varphi_1 = t^2$ i $\varphi_2 = t^4$ (težinska funkcija neka bude $\omega \equiv 1$).*

[Rješenje: koeficijenti iznose redom $\frac{5}{21}, -5, 15$]