

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
2. rujna 2010.

### Pismeni ispit iz Numeričke matematike

#### Zadatak 1. [20 bodova]

(a) S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli

$$x^* = 15.4812, \quad y^* = 4.2003, \quad z^* = -43.0162,$$

da apsolutna pogreška funkcije  $f(x, y, z) = \frac{\ln(x-y) - \ln((y-x)^2)}{z}$  ne premaši  $\Delta f^* = 0.0005$ ?

(b) Što smo morali pretpostaviti da bismo mogli izračunati tražene točnosti?

(c) Za koliko znamenki u varijabli  $z$  možemo reći da je signifikantno?

#### Zadatak 2. [20 bodova]

Izračunajte kubični interpolacijski spline koji interpolira funkciju  $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2 \cos x + 1$  u točkama  $x_0 = 0, x_1 = \pi/3, x_2 = \pi$ .

#### Zadatak 3. [20 bodova]

(a) Jesu li funkcije  $\varphi_1(x) = 1$ ,  $\varphi_2(x) = x$  i  $\varphi_3(x) = |x|$  međusobno ortogonalne na intervalu  $[-2, 2]$ ?

(b) Pronađite najbolju  $L_2$  aproksimaciju funkcije  $f(x) = |x^3| - 3$  na intervalu  $[-2, 2]$  na potprostoru određenom baznim funkcijama  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$  i  $\varphi_3(x)$ .

#### Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti minimum funkcije  $f: [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - 2)^3 - \log_5 5x$ . Provjerite da li funkcija ispunjava uvjete konvergencije. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i sljedeće tri iteracije.

#### Zadatak 5. [20 bodova]

a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval  $[2, 5]$  da bi se s točnošću na tri decimale odredila aproksimacija integrala  $\int_2^5 \ln \frac{x+3}{x-1} dx$  uz primjenu generalizirane Simpsonove formule?

b) Generaliziranom Simpsonovom metodom izračunajte vrijednost integrala pod a) s točnošću na dvije decimale.