Elektrotehnički fakultet, Sveučilište u Osijeku
17. travnja 2010.

Pismeni ispit iz Numeričke matematike
Ak. god. 2009./2010.

Zadatak 1. [20 bodova]

(a) *S kojom točnošću moramo znati vrijednosti nezavisnih varijabli*

$$x^* = 2.3456, \qquad y^* = 6.2277, \qquad z^* = -2.8162,$$

da apsolutna pogreška funkcije $f(x,y,z) = \frac{x\sqrt{y}}{x+2z}$ *ne premaši* $\Delta f^* = 0.005$*?*

(b) *Za koliko znamenki u varijabli y možemo reći da je signifikantno?*

Zadatak 2. [20 bodova]

(a) *Neka je* $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ *neprekidna funkcija čije vrijednosti su poznate na diskretnom skupu točaka* $x_0 < x_1 < \cdots < x_n$ *i iznose* $y_0 = y_n = 1$, $y_1 = \cdots = y_{n-1} = 0$. *Napišite njezin interpolacijski polinom. Je li on jedinstven?*

(b) *Ako je* g^* *neka aproksimacija funkcije* f*, kako možete izraziti njenu apsolutnu pogrešku u* L_1, L_2 *i* L_∞ *normi?*

Zadatak 3. [20 bodova]

(a) *Kada će Gauss-Seidelova i Jacobijeva metoda konvergirati rješenju sustava* $Ax = b$*?*

(b) *Napravite tri iteracije Jacobijeve metode za rješavanje sustava* $Ax = b$ *počevši od* $x^{(0)} = (0,0,0)^T$ *ako je*

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Zadatak 4. [20 bodova]

(a) *Pokažite da su funkcije* $\varphi_0(x) = 1$, $\varphi_1(x) = x - 1$ *i* $\varphi_2(x) = x^2 - 2x - \frac{1}{3}$ *međusobno ortogonalne na intervalu* $[-1,3]$.

(b) *Pronađite najbolju* L_2 *aproksimaciju funkcije* $f(x) = |x|$ *na intervalu* $[-1,3]$ *na potprostoru određenom baznim funkcijama* $\varphi_0(x), \varphi_1(x)$ *i* $\varphi_2(x)$.

Zadatak 5. [20 bodova]

(a) *Koje metode za numeričku integraciju poznajete? Napišite pripadne formule.*

(b) *Na koliko dijelova treba podijeliti interval* $[-4,-2]$*, tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala* $\int_{-4}^{-2} \frac{(x+1)^4}{x^2}\,dx$ *s točnošću* $\epsilon = 0.05$*?*

(c) *Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala* $\int_{-4}^{-2} \frac{(x+1)^4}{x^2}\,dx$ *s točnošću* $\epsilon = 0.05$.