Elektrotehnički fakultet, Sveučilište u Osijeku
22. veljače 2010.

Pismeni ispit iz Numeričke matematike
Ak. god. 2009./2010.

Zadatak 1 [20 bodova]

(a) *Procjenite apsolutnu i relativnu pogrešku prilikom izračunavanja vrijednosti funkcije* $f(x,y,z)=\frac{\sin(x+2y)}{x+2z}$ *ako su*

$$x = 5.356 \pm 0.0005, \qquad y = 26.7 \pm 0.05, \qquad z = -4.8 \pm 0.005.$$

(b) *Za koliko znamenki vrijednosti funkcije* f *u zadanoj točki možemo reći da je signifikantno?*

Zadatak 2 [20 bodova]

(a) *Odredite interpolacijski polinom čiji graf prolazi točkama*

$$T_0(-1,12), \quad T_1(1,-2), \quad T_2(2,-12), \quad T_3(3,-16), \quad T_4(4,22).$$

(b) *Napišite formulu za ocjenu pogreške ovog interpolacijskog polinoma u točki* $x \in [-1,4]$. *Pomoću interpolacijskog polinoma procijenite vrijednost funkcije u točki* -3.

(c) *Skicirajte* $p_3(x)$ *iz Lagrangeovog oblika interpolacijskog polinoma s obzirom na zadane točke.*

Zadatak 3 [20 bodova]

(a) *Koje iterativne metode za rješavanje sustava jednadžbi poznajete? Napišite matrične oblike tih metoda.*

(b) *Pomoću Gaussove metode eliminacije s potpunim pivotiranjem riješite sustav* $Ax=b$, *gdje je*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

Zadatak 4 [20 bodova]

(a) *Pokažite da su funkcije* $\varphi_0(x)=1$, $\varphi_1(x)=x-\frac{5}{2}$ *i* $\varphi_2(x)=x^2-5x+\frac{25}{6}$ *međusobno ortogonalne na intervalu* $[0,5]$.

(b) *Pronađite najbolju* L_2 *aproksimaciju funkcije* $f(x)=|2x-2|-2$ *na intervalu* $[0,5]$ *na potprostoru određenom baznim funkcijama* $\varphi_0(x), \varphi_1(x)$ *i* $\varphi_2(x)$.

Zadatak 5 [20 bodova]

(a) *Koje metode za numeričku integraciju poznajete? Napišite pripadne formule i ocjene greški.*

(b) *Na koliko dijelova treba podijeliti interval* $[4,9]$, *tako da primjenom generaliziranog trapeznog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala* $\int_4^9 \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^3}}\,dx$ *s točnošću* $\epsilon = 0.05$*?*

(c) *Primjenom generaliziranog trapeznog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala* $\int_4^9 \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^3}}\,dx$ *s točnošću* $\epsilon = 0.05$. *Rezultat usporedite s točnom vrijednosti integrala.*