

2. kontrolna zadaća iz
Matematike III.

Zadatak 1 [25 bodova] (a) Koje metode poznajete za određivanje interpolacijskog polinoma?
(b) Odredite interpolacijski polinom koji prolazi točkama $T_0(-2, -30)$, $T_1(0, -4)$, $T_2(1, 0)$, $T_3(2, 14)$.
(c) Postoji li više ili samo jedno rješenje?

$$[P_3(x) = 2x^3 - x^2 + 3x - 4]$$

Zadatak 2 [25 bodova] (a) Napišite sustav normalnih jednadžbi za linearni problem najmanjih kvadrata. (b) Metodom najmanjih kvadrata procijenite parametre linearne model-funkcije $f(x; a, b) = ax + bx^2$ na osnovi podataka

x_i	-2	-1	1	2
y_i	2	4	6	4

$$[f(x; a, b) = 0.6x + x^2]$$

Zadatak 3 [25 bodova] (a) Na koji način se može definirati udaljenost $d(f, g)$ dviju funkcija $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$? (b) Odredite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(t) = 2t^4 - t$ na intervalu $[0, 1]$ na potprostoru razapetom baznim funkcijama $\varphi_0(t) = t$, $\varphi_1(t) = t^3$.
[Gramm $[\varphi_0, \varphi_1] = \{\{1/3, 1/5\}, \{1/5, 1/7\}\}$, $y = \{0, 1/20\}$, $\varphi(t) = -1.3125t + 2.1875t^3$]

Zadatak 4 [30 bodova] (a) Na koliko podintervala treba podijeliti interval $[a, b]$ tako da primjenom trapezne formule dobijem približnu vrijednost integrala $\int_0^2 \frac{1}{1+x}$, čija apsolutna pogreška neće premašiti broj $\varepsilon = 0.05$? Iskoristite činjenicu da je $M_2 = \max_{x \in [0, 2]} f''(x) = 2$. (b) Primjenom trapezne formule odredite približnu vrijednost ovog integrala na jednu decimalu točno. (c) Koju još metodu numeričke integracije poznajete?

$$\text{Rješenje: } n = 6, I^* = 1.1$$