

1. kontrolna zadaća iz  
Matematike III.

**Zadatak 1** [15 bodova] *Koliki je broj signifikantnih znamenki broja  $a = 851.342629 \pm 0.5 \times 10^{-3}$ ? Napišite broj  $a^*$  samo sa signifikantnim znamenkama.*

[ $n = 6$ ,  $a^* = 851.343$ ]

**Zadatak 2** [15 bodova] *Zadana je funkcija  $f(x) = x^{12} - 2x$  te vrijednost  $x = 1 \pm 0.005$  s odgovarajućom granicom pogreške. Procijenite pogrešku prilikom izračunavanja vrijednosti funkcije  $f$  u točki  $x^*$ .*

[ $\Delta f^* = 0.005$ ]

**Zadatak 3** [15 bodova] *Zadan je pravokutnik sa stranicama  $a = 10.23 \pm 0.5 \times 10^{-2}$ ,  $b = 4.75 \pm 0.5 \times 10^{-2}$ . Izračunajte približnu vrijednost duljine njegove dijagonale i procijenite apsolutnu pogrešku. Koliki je broj signifikantnih znamenki? Napišite broj  $d^*$  samo sa signifikantnim znamenkama.*

[25 bodova] [ $d^* = 11.279 \text{ cm}^2$ ,  $\Delta d^* \approx 0.00664067 \text{ cm}$ ,  $n = 3$ ,  $d^* = 11.3$ ]

**Zadatak 4** [15 bodova] *Provjerite da se u intervalu  $[0, 3]$  nalazi nultočka  $\xi$  funkcije  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 12x + 16$ . Ako se zna da u polovištu intervala  $x_1 = \frac{3}{2}$  funkcija  $f$  postiže negativnu vrijednost, u kojem od podintervala:  $[0, x_1]$  ili  $[x_1, 3]$  će se i dalje nalaziti nultočka? Procijenite apsolutnu pogrešku  $|x_1 - \xi|$*

Rješenje:  $[0, x_1]$ ,  $|x_1 - \xi| \leq \frac{3}{2}$

**Zadatak 5** [15 bodova] *Nekom iterativnom metodom dobivena je aproksimacija  $x_n = 0.4$  nultočke funkcije  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1.1x - \frac{1}{3}$ . Ako se zna da minimum apsolutne vrijednosti prve derivacije funkcije  $f$  na intervalu  $[0, 1]$  iznosi  $m_1 = .1$ , procijenite apsolutnu pogrešku  $|x_n - \xi|$  aproksimacije  $x_n$ .*

Rješenje:  $|x_n - \xi| \leq \frac{|f(x_n)|}{m_1} = \frac{.032}{.1} = .32$

**Zadatak 6** [15 bodova] *Neka funkcija  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  ima neprekidnu drugu derivaciju na intervalu  $[a, b]$ , a prva ( $f'$ ) i druga ( $f''$ ) derivacija funkcije  $f$  na tom intervalu primaju stalan predznak. Koji uvjet još nedostaje da bi Newtonov iterativni proces uz  $x_0 \in [a, b]$ ,  $f(x_0) \cdot f''(x_0) > 0$ , konvergirao prema jedinstvenom rješenju  $\xi$  jednadžbe  $f(x) = 0$ .*

Rješenje:  $f(a) \cdot f(b) < 0$

**Zadatak 7** [15 bodova] *Provjerite, hoće li konvergirati iterativni proces definiran s*

$$x_0 = 1, \quad x_{n+1} = \varphi(x_n), \quad n = 0, 1, \dots,$$

gdje je  $\varphi : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\varphi(x) = x - \frac{2}{x}$ .

Rješenje: neće jer nisu ispunjeni uvjeti Teorema (skripta !!!)

**Zadatak 8** [15 bodova] *Neka funkcija  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  ima neprekidnu drugu derivaciju na intervalu  $[a, b]$ . Što se podrazumijeva pod brzinom (redom) konvergencije nekog iterativnog procesa? Kakva je brzina konvergencije Newtonovog iterativnog procesa?*

Rješenje: . . . (skripta !!!)